

NOM :

Prénom :

UNIVERSITE PAUL SABATIER

Contrôle continue de Mécanique Quantique

(Durée 45 mn)

I Système à deux états

1°) On considère un système physique dont l'espace des états est à 2 dimensions. Les vecteurs $|1\rangle$ et $|2\rangle$ constituent une base orthonormée de ce système. Un opérateur A est tel que $A|1\rangle = \alpha|1\rangle + i\beta|2\rangle$ et $A|2\rangle = -i\beta|1\rangle + \alpha|2\rangle$ où α et β sont des constantes réelles. Ecrire la matrice de cet opérateur.

2°) Déterminer ses valeurs propres et ses états propres normés.

3°) Le système est dans l'état $|1\rangle$. Quels sont les résultats de mesure de la grandeur physique A . En déduire la valeur moyenne et l'écart quadratique moyen.

II Oscillateur harmonique

1°) Donner l'expression du hamiltonien d'un oscillateur harmonique à une dimension selon l'axe Ox en fonction de la variable x .

2°) On définit les opérateurs a et c tels que $a = \frac{1}{\sqrt{2}}(X + \frac{d}{dX})$ et $c = \frac{1}{\sqrt{2}}(X - \frac{d}{dX})$. Calculer le commutateur $[a, c]$. En effectuant un changement de variable de type $X = \alpha x$, réécrire le hamiltonien de l'oscillateur en fonction des opérateurs a et c . Que vaut la constante α ?

3°) Montrer que la fonction d'onde $\varphi_n(X) = A e^{-X^2/2}$ est fonction propre de a et donc fonction propre de H . Quel est le niveau considéré et son énergie ?

4°) Les états propres du hamiltonien $\varphi_n(X)$ sont notés $|n\rangle$. A l'instant $t = 0$, un oscillateur est dans un état $|\psi\rangle = |1\rangle + i|3\rangle$. Quels sont les résultats possibles pour la mesure de E ? Quelles sont les probabilités associées à ces mesures? En déduire la valeur moyenne et l'écart quadratique moyen de E .

5°) Ecrire la fonction d'onde décrivant cet état à l'instant t .